Universidad del Valle

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO MONOVARIABLE
CONTROL #1

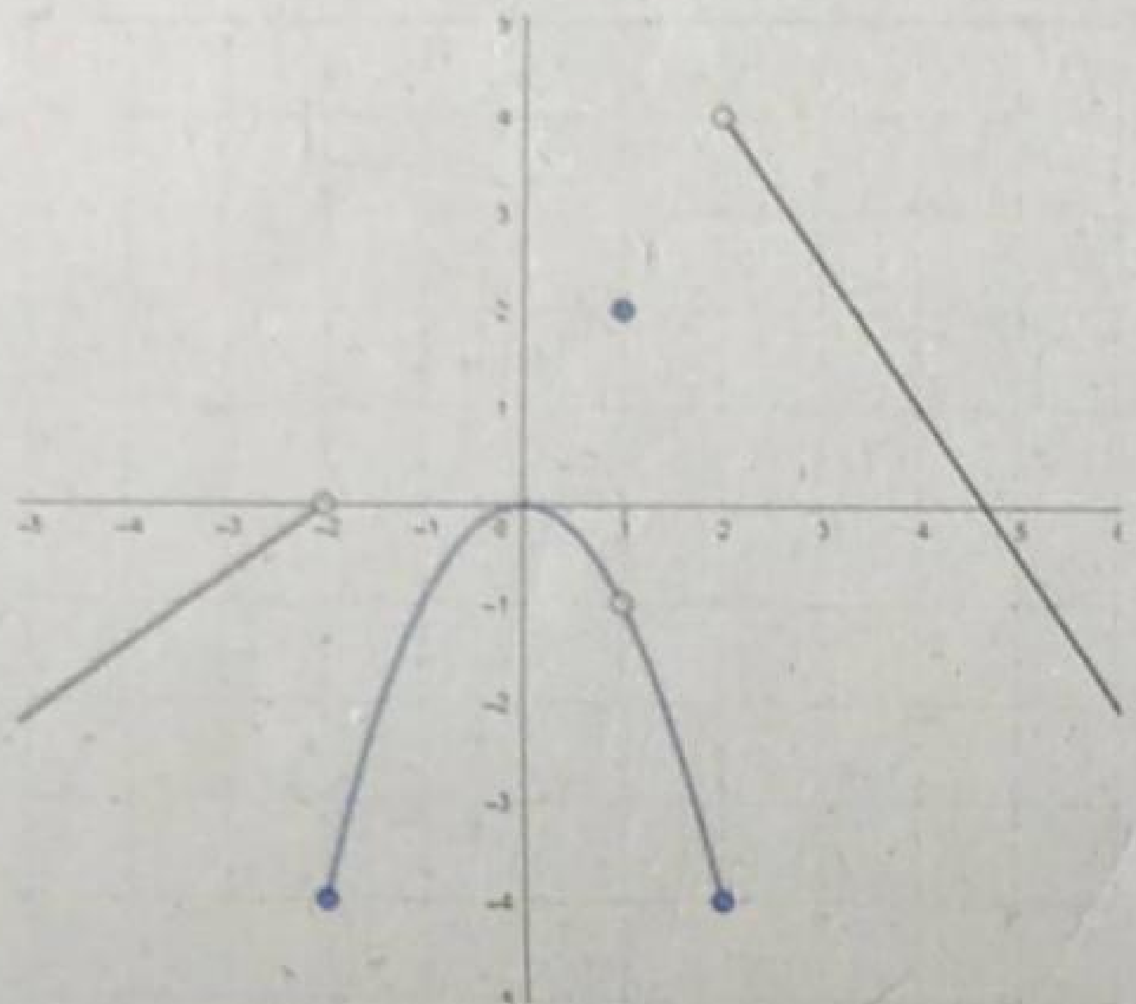
C = 3,3

NOMBRE [redacted] CODIGO [redacted] PLAN 3749

1. **(30 ptos)** Dada la siguiente grafica de la función $f(x)$

Determine

30



a. $\lim_{x\to 1} f(x) =$ -1

b. $\lim_{x\to 1^+} f(x) =$ -1 X

c. $\lim_{x\to 0} f(x) =$ 0

d. $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$ 4

e. $\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ -4

f. $f(-2) =$ -4

g. $\lim_{x\to 2} f(x) =$ $\nexists$

h. Qué tipo de discontinuidad hay en el punto $x = 1$
removible

i. Qué tipo de discontinuidad hay en el punto $x = 2$
de salto

j. Escriba un Intervalo donde la función dada sea continua $(2, \infty)$

2. **(20 ptos)** Responda Falso o Verdadero

15

i. (V) El producto de limites siempre es el límite de productos
ii. (V) Si una función es continua en $x = a$ entonces el $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$
iii. (F) Sí el $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x)$ entonces la función es continua en $x = a$
iv. (F) Si f y g son continuas en $x = 2$ entonces f/g es continua en $x = 2$

3. **(30 ptos)** Determine lo valores de a y b para que la función dada sea continua. Todo el proceso debe aparecer escrito

X

$$f(x) = \begin{cases} x+4; & si\ x \le 1 \\ ax+b; & si\ 1 < x \le 3 \\ 3x-8; & si\ x > 3 \end{cases}$$

Atras →

4. **(20 ptos)** Determine si el siguiente proceso dado es correcto o tiene errores, de ser así, indique en cual paso se comete el **primer error**, explique y resuelva

$$\lim_{x\to 4} \frac{x^2 - x - 12}{\sqrt{x} - 2} \overset{1}{=} \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+3)}{\sqrt{x}-2}$$

$$\overset{2}{=} \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+3)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$\overset{3}{=} \lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+3)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)}$$

$$\overset{4}{=} \lim_{x\to 4} (x+3)(\sqrt{x}-2)$$

$$\overset{5}{=} (4+3)(\sqrt{4}-2)$$

$$\overset{6}{=} (7)(2-2)$$

$$\overset{7}{=} 0$$

20

El primer error se cometió a la hora de racionalizar en el paso # 2 ya que no se debe multiplicar por $\frac{(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)}$ sino por $\frac{(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)}$, para que al multiplicar en el denominador de $(\sqrt{x})^2 - (2)^2$ una diferencia de cuadrados. y al resolverse de $x-4$. En el numerador se estaria multiplicando por $\sqrt{x}+2$ y no por $\sqrt{x}-2$ que fue lo que interfirio en la solución del limite.

Corrección =

$$\lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+3)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{\cancel{(x-4)}(x+3)(\sqrt{x}+2)}{\cancel{x-4}}$$

$$\lim_{x\to 4} (x+3)(\sqrt{x}+2)$$

$$(4+3)(\sqrt{4}+2)$$

$$(7)(2+2)$$

$$\boxed{28}$$

22 DE marzo de 2023
DURACIÓN: 50 MÍNUTOS

3)

$$f(x)\begin{cases} x+4 & , x\leq 1 \\ ax+b & , 1<x\leq 3 \\ 3x+8 & , x>3 \end{cases}$$

$f(1)=x+4=5$

$ax+b=5$

$a(1)+b=5$

$\boxed{a+b=5}$

ecuación 1

$f(3)=3x+8=17$

$ax+b=17$

$a3+b=17$

$\boxed{3a+b=17}$

ecuación 2

Despejamos b de la ecuación 1 para sustiturla despues en la ecuación 2 → $a+b=5$ $\quad \underline{b=-a+5}$

Sustitución

$3a+b=17$

$3a-a+5=17$

$2a=17-5$

$\boxed{a=6}$

Ahora se reemplaza el valor de a en cualquiera de las dos ecuaciones (1) o (2)

$a+b=5$ $\qquad 3a+b=17$

$6+b=5$ $\qquad 3(6)+b=17$

$b=-1 \quad = \quad b=-1$

Entonces para que la función sea continua esta formada de la sig manera

$$\boxed{f(x)\begin{cases} x+4 & , x\leq 1 \\ 6x-1 & , 1<x\leq 3 \\ 3x+18 & , x>3 \end{cases}}$$

Universidad del Valle

Departamento de Matemáticas

Primer Parcial

Cálculo Monovariable

C=4,3

Nombre [redacted]

Instrucciones

- ✓ *Lea detalladamente el cuestionario del examen y responda de manera clara y ordenada.*
- ✓ *Todas sus respuestas deben ser justificadas. Sea claro y ordenado.*
- ✓ *Apague y guarde en su maleta todo dispositivo electrónico (Celulares, Relojes inteligentes, Ipad, etc)*

1. (20 ptos) Determine el valor de los siguientes limites

20

a. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+5}{\sqrt{(x^3+5)(x-1)}} = \boxed{1}$ b. $\lim\limits_{x\to 0} 4\frac{sen3xTan2x}{sen2x} = \boxed{0}$

2. (40 ptos) Determine la derivada de las siguientes funciones

40

a) $y = sen^4(3x^2)\csc(x^2)$ c) $y = \frac{(x^2-2x+5)^2}{x^2+2x-3}$

b) $y = \frac{\sec(2x-3)+sen(x)}{\sec^2(2x-3)}$ d) $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x^2+3x\sqrt{2-x^2}}}$

3. (20 ptos) Sea la función $f(x) = x^3 + x$. Determine el punto de la gráfica donde la recta $y = 4x - 2$ es tangente a la función.

5

4. (20 ptos) El polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c con número reales, cumple las siguientes condiciones:

$$p(0) = 6, \qquad p'(0) = 10, \qquad p(1) = 4$$

20

Determine los valores de a, b y c

Duración: 100 minutos

Fecha: 27 de abril de 2023

Docentes: Mg Yasmin Johanna García

#Soy mi Mejor VERSIÓN CUANDO... LE PONGO LA FICHA

En la Universidad reconocemos la dignidad de toda persona, somos honestos en nuestras acciones personales e institucionales, somos apasionados por el aprendizaje y estamos comprometidos con el bienestar de la sociedad.

C=4,3

FIRMA

① a. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+3}{\sqrt{(x^3+3)(x-1)}}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+3}{\sqrt{x^4-x^3+3x-3}}$ ⇒ Grado 2 / ⇒ Grado 2 $\quad \frac{x^2}{\sqrt{x^4}} = \frac{x^2}{x^2}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4}} = \frac{x^2}{x^2} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$

b. $\lim_{x\to 0} 4\, \frac{\operatorname{sen} 3x \tan 2x}{\operatorname{sen} 2x}$

$4 \lim_{x\to 0} \operatorname{sen} 3x \underbrace{\frac{\tan 2x}{(2x)}}_{1} \underbrace{\frac{(2x)}{\operatorname{sen} 2x}}_{1}$

$4 \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\operatorname{sen} 3x}{3x}}_{1} \cdot 3x$

$4 \lim_{x\to 0} 3x$

$4(3)(0)$

$\boxed{=0}$

② a. $y = \operatorname{Sen}^4(3x^2)\csc(x^2)$

$f(x) = \operatorname{Sen}^4(3x^2)$

$f'(x) = 4(\operatorname{Sen}(3x^2)) \cdot \cos(3x^2) \cdot 6x \rightarrow 24(\operatorname{sen}(3x^2))(\cos(3x^2)) \cdot x$

$g(x) = \csc(x^2)$

$g'(x) = -\csc(x^2) \cdot \cot(x^2) \cdot 2x$

$y'(x) = (24(\operatorname{sen}(3x^2))(\cos(3x^2))x)\csc(x^2) + \operatorname{sen}^4(3x^2)(-\csc(x^2)\cdot\cot(x^2)\cdot 2x)$

b. $y = \dfrac{\sec(2x-3) + \operatorname{sen}(x)}{\sec^2(2x-3)}$

$f(x) = \sec(2x-3) + \operatorname{sen}(x)$

$f'(x) = 2\sec(2x-3)\tan(2x-3) + \cos(x)$

$g(x) = \sec^2(2x-3)$

$g'(x) = 2(\sec(2x-3)) \cdot 2(\sec(2x-3))(\tan(2x-3)) \Rightarrow 4(\sec^2(2x-3))\tan(2x-3)$

$$y' = \frac{((2\sec(2x-3)\tan(2x-3) + \cos x)\sec^2(2x-3)) - (\sec(2x-3) + \operatorname{sen} x)(4\sec^2(2x-3)\tan(2x-3))}{(\sec^2(2x-3))^2}$$

c. $y = \dfrac{(x^2-2x+5)^2}{x^2+2x-3}$

$f(x) = (x^2-2x+5)^2$

$f'(x) = 2(x^2-2x+5)(2x-2)$

$g(x) = x^2+2x-3$

$g'(x) = 2x+2$

$$y' = \frac{(2(x^2-2x+5)(2x-2)(x^2+2x-3)) - ((x^2-2x+5)^2(2x+2))}{(x^2+2x-3)^2}$$

d. $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x^2+3x\sqrt{2-x^2}}}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{1+\sqrt{x^2+3x\sqrt{2-x^2}}}}\right)\left(0+\frac{1}{2\sqrt{x^2+3x\sqrt{2-x^2}}}\right)\left(2x+3\sqrt{2-x^2}+3x\left(\frac{1}{2\sqrt{2-x^2}}\cdot -2x\right)\right)$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{4\sqrt{1+\sqrt{x^2+3x\sqrt{2-x^2}}}\cdot\sqrt{x^2+3x\sqrt{2-x^2}}}\right)\left(2x+3\sqrt{2x^2}-\frac{6x^2}{2\sqrt{2-x^2}}\right)$$

3 $f(x) = x^3 + x$ — Recta tangente

$f'(x) = 3x + 1$ — $y = 4x - 2$ $\Rightarrow m = 4$

$f'(x) = 3x + 1 = 4$ — $y = mx + b$

$x = \dfrac{4-1}{3}$

$x = 1$

$f(1) = 1^3 + 1$

$f(1) = 2$

$\Rightarrow$ Punto donde la recta $y=4x-2$ es tangente $\boxed{(1, 2)}$

④ $P(0)=6 \quad P'(0)=10 \quad P(1)=4$

$P(x)=ax^2+bx+c \quad P'(x)=2ax+b$

$P(0)=a(0^2)+b(0)+c=6$

$\underline{c=6}$

$P'(0)=2a(0)+b=10$

$\underline{b=10}$

$P(1)=a(1)^2+10(1)+6=4$

$a+10+6=4$

$a=-16+4$

$\underline{a=-12}$

$$\boxed{P(x)=-12x^2+10x+6}$$

C=2,1

CÁLCULO MONO VARIABLE

NOMBRE [redacted] CÓDIGO [redacted]

OBSERVACIONES:

- No está permitido brindar o aceptar ayuda de ningún tipo para resolver este examen
- Se prohíbe el uso de celulares, IPad o cualquier dispositivo electrónico. **Manténgalos APAGADOS** y dentro del maletín. Se permite el uso de calculadora científica. **(Guarde el Reloj)**
- No se permite la salida del salón de clase durante la presentación de la prueba
- Todos los procesos deben aparecer escritos en el examen. Sea ordenado

Parte I: Generalidades

4

(10 ptos) Selecciones Falso o Verdadero según sea el caso

i. (V) Si $f'(c) = 0$ entonces $x = c$ es un extremo

ii. (F) Si $x = c$ es un máximo, $f''(c) > 0$

iii. (V) El rectángulo más grande que se puede meter en un círculo es un cuadrado

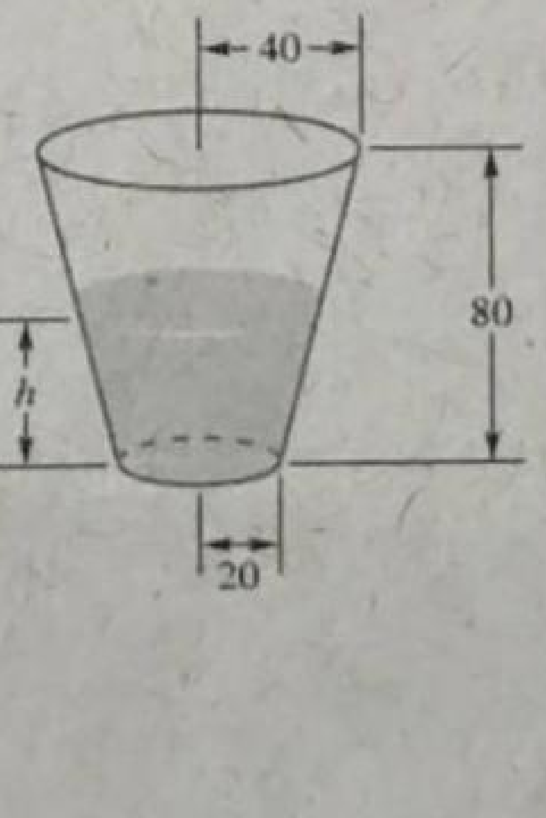
iv. (V) Sean las funciones $f(x) = \frac{x^2-2x+4}{x-2}$ y $f''(x) = \frac{8}{(x-2)^2}$, podemos afirmar que $f(x)$ tiene un mínimo en 4

v. (F) la Función $f(x) = x^{1/3}$ es cóncava hacia abajo en $(0, -\infty)$

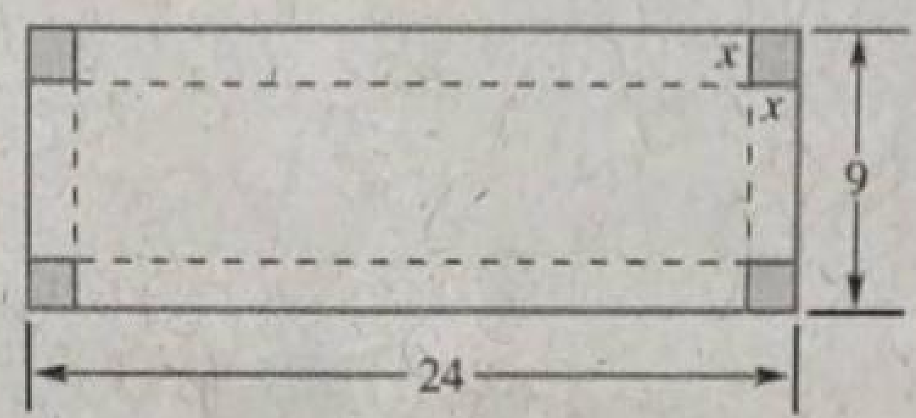
Parte II: Problemas de aplicación (15%ptos)

Elija solo 3 de los 4 ejercicios y resuelva

1. Se bombea agua a una razón constante de 2 litros por minuto (1 litro = 1000 centímetros cúbicos) a un tanque con forma de cono circular recto truncado. El tanque tiene una altura de 80 centímetros y los radios inferior y superior miden 20 y 40 centímetros, respectivamente (véase la figura). ¿A qué velocidad se eleva el nivel del agua cuando la profundidad del líquido es de 30 centímetros? *Nota:* el volumen, V, de un cono circular recto truncado de altura h y radios inferior y superior a y b es $V = \frac{1}{3}\pi h(a^2 + ab + b^2)$



2. De un tubo sale arena a razón de 16 pies cúbicos por segundo. Si al caer la arena se forma un montón cónico en el piso, cuya altura siempre es ¼ del diámetro de la base, ¿qué tan rápido aumenta la altura cuando el montón es de 4 pies de altura?
3. Un alambre de 100 centímetros de largo se corta en dos pedazos; uno se dobla para formar un cuadrado y el otro se dobla para formar un triángulo equilátero. ¿En dónde debe hacerse el corte si la suma de las dos áreas debe ser mínima;
4. Una caja rectangular se fabrica con una pieza de cartón de 24 pulgadas de largo por 9 de ancho, de la cual se cortan cuadrados idénticos a partir de las cuatro esquinas y se doblan los lados hacia arriba, como se muestra en la figura. Determine las dimensiones de la caja de volumen máximo. ¿Cuál es este volumen?



Parte III: Graficación usando derivadas (50% ptos)

1. (10 ptos) Trace un bosquejo de la función que cumple las siguientes condiciones

$f(0) = 5, f(2) = 0, f'(2) = 0,\ f''(3)$ No existe $f''(x) > 0, x < 3; f''(x) < 0, x > 3$

+10

2. (30 ptos tabla y 10 ptos grafica) Sea la Función $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x+2)}$ y su derivada

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 16x + 20}{[(x-3)(x+2)]^2}$$

Complete la siguiente información, Use su hoja de respuestas para todos los procesos, pero complete la tabla; luego con esta información realice un **bosquejo de la gráfica**; Ayúdese de puntos tabulando si es necesario.

18

Dominio		$(-\infty,-2)\cup(-2,3)\cup(3,\infty)$ ó $\mathbb{R}-\{-2,3\}$ 1/2
Cortes	Eje x	$x=1$ $x=2$
	Eje y	$y=-\frac{1}{3}$
Asíntotas [Verticales, horizontales y/u oblicuas]		AV= -2 AV= 3 AH → No hay AO → No hay 1/2
Primera Derivada		$f'(x)=\frac{2x^2-16x+20}{[(x-3)(x+2)]^2}$
Puntos críticos		$x=4-\sqrt{6}$ $x=4+\sqrt{6}$
Máximos o mínimos		Maximo= $4-\sqrt{6}$ Minimo= $4+\sqrt{6}$
Intervalos de crecimiento		Crece $(-\infty,4-\sqrt{6})\cup(4+\sqrt{6},\infty)$ Decrece $(4-\sqrt{6},4+\sqrt{6})$
Segunda derivada		$\frac{(4x-16)(x^2-1x-6)^2-(2x^2-16x+20)(2(x^2-1x-6)(2x-1))}{[(x-3)(x+2)]^4}$ ×2 1/2
Puntos de inflexión		
Intervalos de Concavidad		

Parte 2.

1. $\frac{dv}{dt} = 2000\ cm^3/min$

$\frac{dh}{dt} = ?$

$V = \frac{1}{3}\pi h(a^2 + ab + b^2)$

$V = \frac{1}{3}\pi h(20^2 + 20(40) + 40^2)$

$V = \frac{2800}{3}\pi h$

$\frac{dv}{dt} = \frac{2800}{3}\pi \frac{dh}{dt}$

$\frac{dh}{dt} = \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{2800}{3}\pi} = \frac{2000}{\frac{2800}{3}\pi} \boxed{\approx 0{,}68\ cm/min}$

2. $\frac{dv}{dt} = 16\ pies^3/s$

$h = 4$

$h = \frac{1}{4}D$

$4 = \frac{1}{4}D$

$8 = D$

$r = \frac{1}{2}D$

$r = \frac{1}{2}\cdot 8$

$r = 4$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3}\pi (4)^2 h$

$V = \frac{16}{3}\pi h$

$\frac{dv}{dt} = \frac{16}{3}\pi \frac{dh}{dt}$

$\frac{dh}{dt} = \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{16}{3}\pi} = \frac{16}{\frac{16}{3}\pi} = \frac{16 \cdot 3}{16\pi} = \frac{3}{\pi} \boxed{\approx 0{,}955\ pies/seg}$

4 $V = hLa$

$V = x(24-2x)(9-2x)$

$V = 24x - 2x^2(9-2x)$

$V = 216x - 48x^2 - 18x^2 + 4x^3$

$V = 4x^3 - 66x^2 + 216x$

$V' = 12x^2 - 132x + 216 = 0$

$x = 2$

$V = 2(24-4)(9-4)$

$\boxed{V = 200\ pulgadas^3}$

$$f(x)=\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x+2)}$$

$(x-3)(x+2)=0$

$x-3=0 \wedge x+2=0$

$x=3 \wedge x=-2 \leftarrow AV$

$(-\infty,-2)\cup(-2,3)\cup(3,\infty)$

Dominio

Cortes

Corte y

$x=0$

$$y=\frac{(0-1)(0-2)}{(0-3)(0+2)}=\frac{(-1)(-2)}{(-3)(+2)}=\frac{+2}{-6}=\boxed{-\frac{1}{3}}$$

Corte x

$y=0$

$$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x+2)}=0$$

$$\frac{x^2-3x-3}{x^2-1x-6}=0$$

$x^2-3x-2=0 \qquad x_1=1$

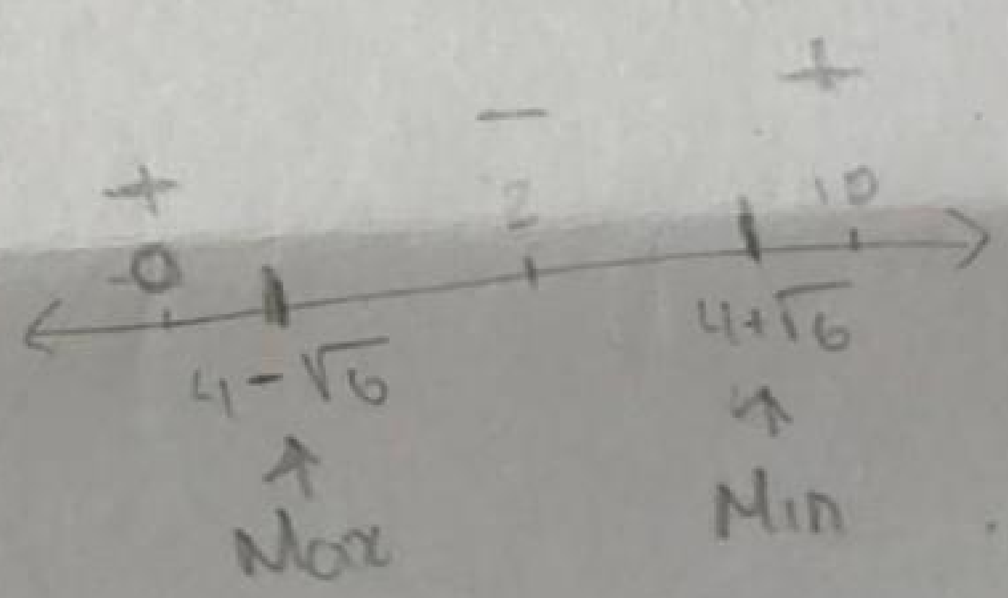
$x_2=2$

$$f'(x)=\frac{2x^2-16x+20}{[(x-3)(x+2)]^2}=0$$

$2x^2-16x+20=0$

$x_1\approx 6,45=4+\sqrt{6}$

$x_2\approx 1,55=4-\sqrt{6}$



$Min=(4-\sqrt{6},\ 0{,}04)$

$Max=(4-\sqrt{6},\ 0{,}083)$

$$f''(x)=\frac{(4x-16)(x^2-1x-6)^2-(2x^2-16x+20)(2(x^2-1x-6)(2x-1))}{[(x-3)(x+2)]^4}$$

$$\frac{(4x-16)(x^2-1x-6)^2-(2x^2-16x+20)(2x^2-2x-12)(2x-1))}{[(x-3)(x+2)]^4}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$$

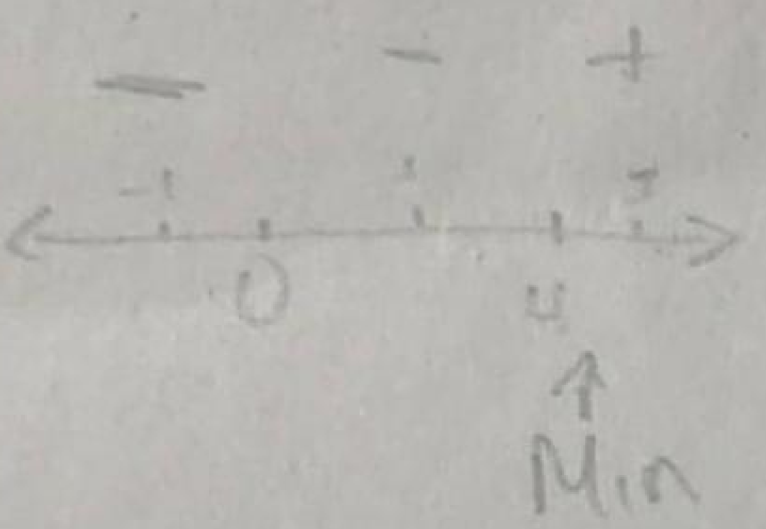
$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x-2) - (x^2 - 2x + 4)(1)}{(x-2)^2} = 0$$

$$\frac{2x^2 - 4x - \cancel{2x} \cancel{+4} - x^2 + \cancel{2x} \cancel{-4}}{(x-2)^2} = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

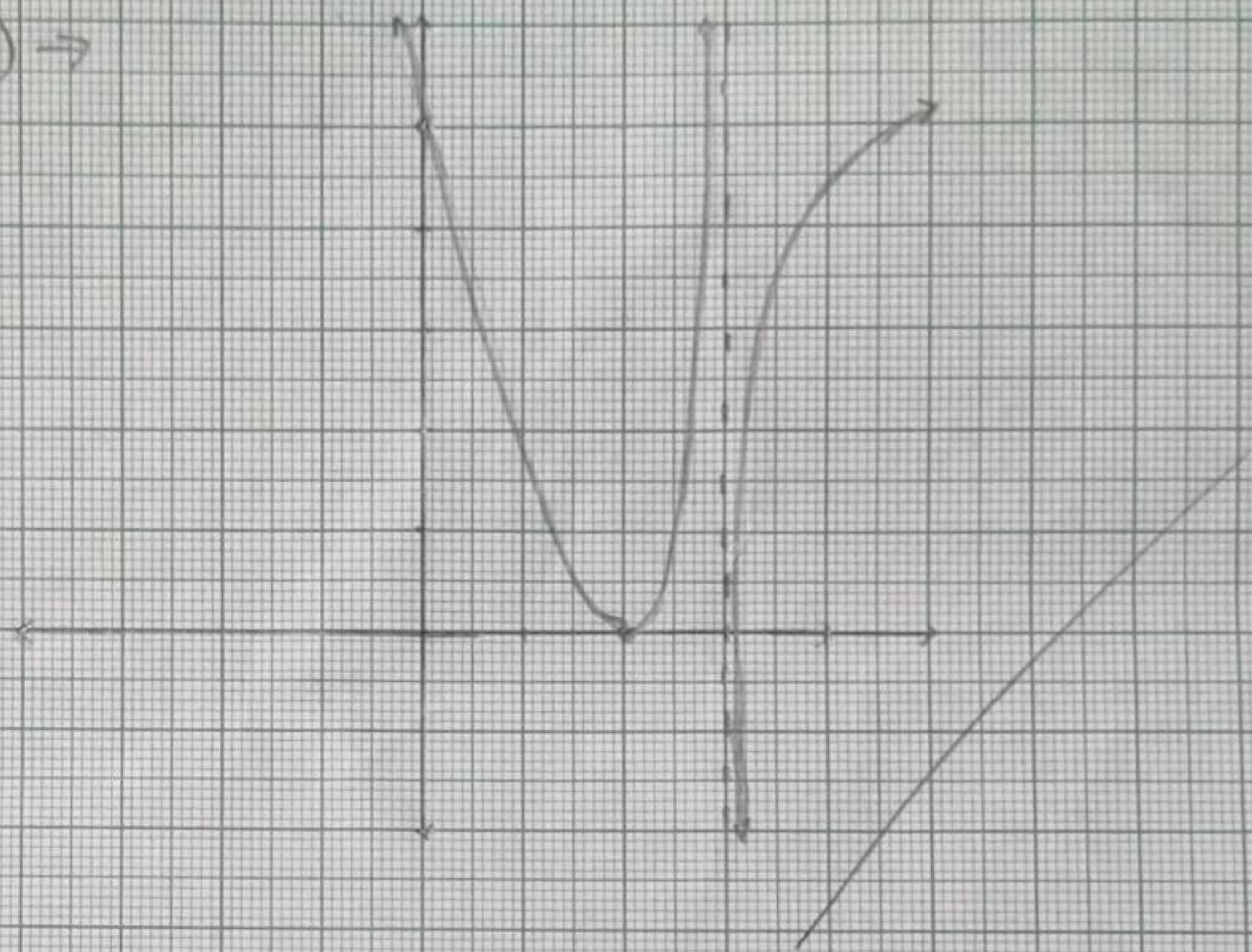
$$(x)(x-4) = 0$$

$x = 0 \wedge x = 4$

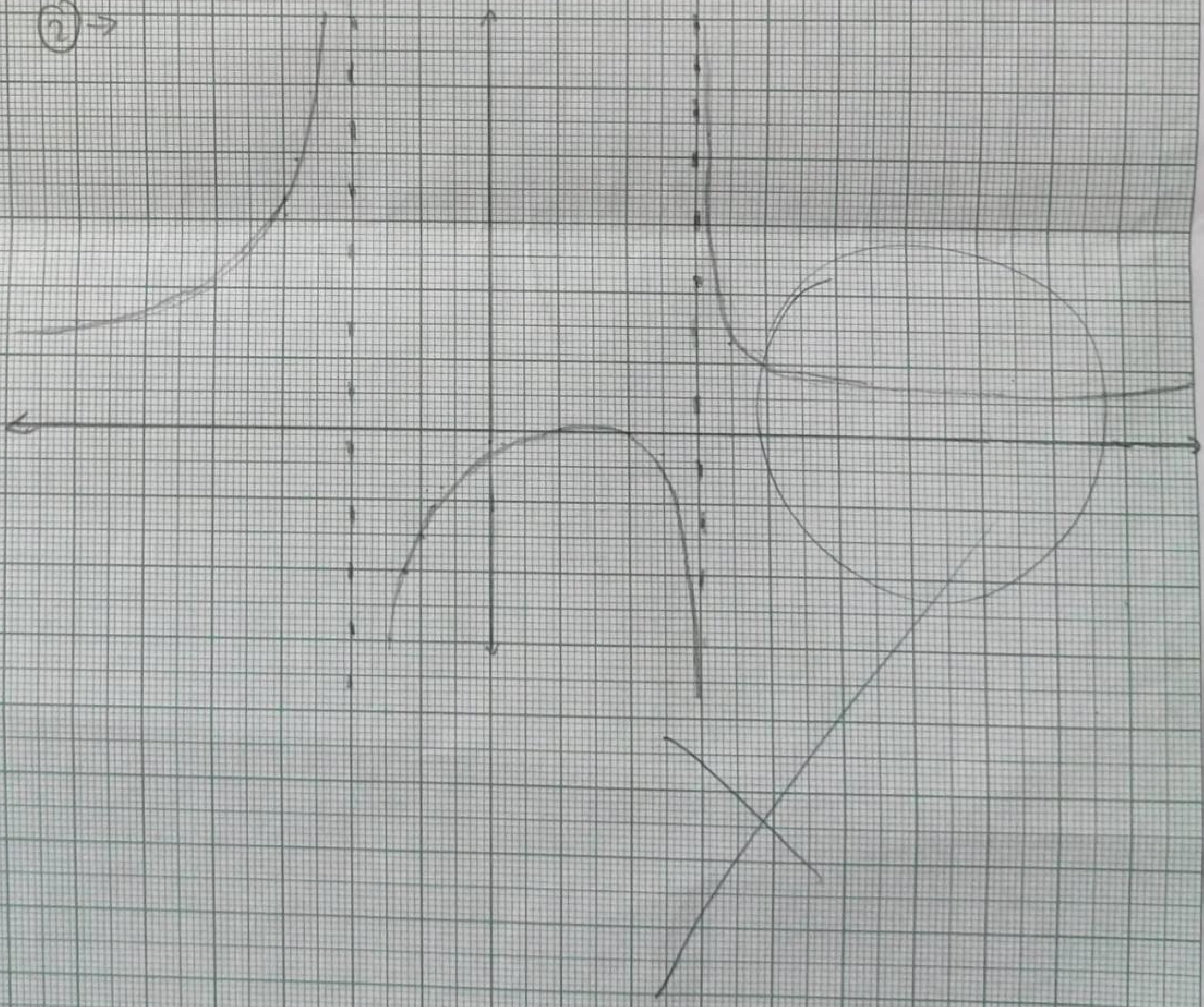


Parte 3.

1 →



2 →



Universidad del Valle

Universidad del Valle
Departamento de Matemáticas
Cálculo Monovariable
Opcional #1

C=1.4

Nombre [redacted] lan 3749

Instrucciones

- ✓ *Lea detalladamente el cuestionario del examen y responda de manera clara y ordenada.*
- ✓ *Todas sus respuestas deben ser justificadas. Sea claro y ordenado.*
- ✓ *Apague y guarde en su maleta todo dispositivo electrónico (Celulares, Relojes inteligentes, Ipad, etc)*

1. **(4 ptos) Resuelva los siguientes límites. Use cualquier método. Escriba al frente el resultado**

i. $\lim_{x\to 0} x sen\left(\frac{1}{x}\right)$ 1

ii. $\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{x^{\frac{1}{2}}-2}$ 1/8 X

2/

iii. $\lim_{\sigma\to 0}(\sqrt{x+\sigma}-\sqrt{x})/\sigma$ 1 X

iv. $\lim_{x\to 0^+}(senx)^{tanx}$ 1 ✓

2. **(2 ptos) Determine los valores de a y b para que la función f(x) sea continua**

$$f(x)=\begin{cases} -1, & si\ x\le 0 \\ ax+b, & si\ 0<x<1 \\ 1 & si\ x\ge 1\end{cases}$$

a= 2

b= -1

2/

3. (6 ptos) Suponga que $f(2)=3, f'(2)=4, f''(2)=-1, g(2)=2, g'(2)=5$ y $g''(2)=0$. Determine el valor de cada derivada en $x=2$

a. $\frac{d}{dx}[5f(x)g(x)]^3$ 10 550 X

b. $\left(\sqrt{f(x)+3(g(x)^2)}\right)''$ 1,7 X

c. $\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{f(x)-g(x)}{\sqrt{g(x)}}\right)$ X

4. **(4 ptos) Determine la ecuación de la recta tangente y la recta Normal a la curva**

$y=(x^2+1)^3(x^4+1)^{1/2}$ En el punto $x=1$

Recta Tangente

$y=7x-3$

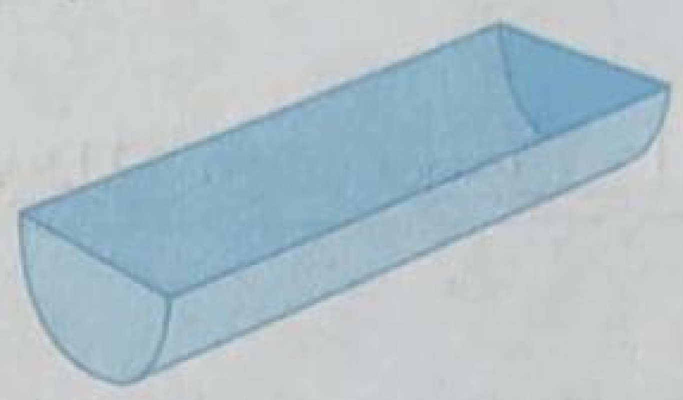
Recta Normal

$y=-\frac{1}{7}x+\frac{29}{7}$ X

Universidad del Valle

Problemas y aplicaciones

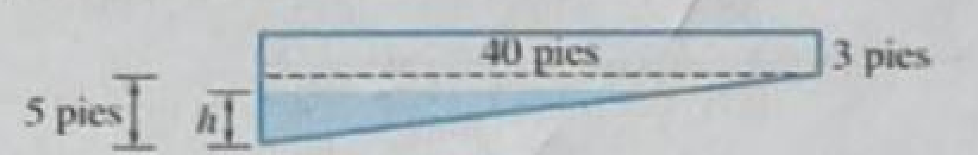
5. (5 ptos) Un abrevadero metálico con extremos semicirculares iguales, sin cubierta superior, debe tener una capacidad de 128p pies cúbicos. Determine su radio r y longitud h, si el abrevadero debe requerir la menor cantidad de material para su construcción



5

6. (5 ptos) Dos barcos parten desde el mismo puerto en una isla, uno va en dirección norte a 24 nudos (24 millas náuticas por hora) y el otro con rumbo este a 30 nudos. El barco con dirección norte salió a las 9:00 a. m. y el otro dejó el puerto a las 11:00 A. M. ¿Qué tan rápido aumenta la distancia entre ellos a las 2:00 P. M.? Sugerencia: sea $t = 0$ a las 11:00 A. M.}

7. (5 ptos) Una alberca es de 40 pies de largo, 20 pies de ancho, 8 pies de profundidad en el extremo más hondo y 3 pies en el extremo menos profundo; el fondo es rectangular. Si la alberca se llena al bombear agua a una razón de 40 pies cúbicos por minuto, ¿con qué rapidez se eleva el nivel del agua cuando la profundidad es de 3 pies en el extremo más hondo?



8. (5 ptos) Una página de un libro contiene 27 pulgadas cuadradas de impresión. Si los márgenes superiores, inferior y de uno de los lados son de 2 pulgadas y el margen del otro lado es de 1 pulgada, ¿qué tamaño de página utilizaría la menor cantidad de papel?

9. (4 ptos) Bosqueje la gráfica de una función G con todas las propiedades siguientes

   a. $G''(x) > 0$ para todo x en $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
   b. $G(-2) = G(2) = 3$
   c. $\lim_{x \to -\infty} G(x) = 2$, $\lim_{x \to \infty} [G(x) - x] = 0$,
   d. $\lim_{x \to 0^+} G(x) = \lim_{x \to 0^-} G(x) = \infty$

10. (10 ptos) Grafique la siguiente función. Haciendo el análisis sugerido $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$

5

Cortes $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ y = No corta

Asíntotas AV = 0 AH - No tiene

Puntos críticos $\frac{\sqrt{3}}{3}, 0$, $-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0$, 2, 5.5 X

Máximos o mínimos No hay

Intervalos de crecimiento $(-\infty, 0) \cup (0.577, \infty)$ crece / ~~(0, 0.577)~~ decrece

Puntos de inflexión $\frac{\sqrt{3}}{3}, 0$, $-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0$, 2, 5.5

Intervalos de concavidad X

שם [illegible]:

i. $\lim_{x\to 0} x\,\mathrm{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x}\cdot x\,\mathrm{sen}\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} \overset{1}{=} \lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\cdot \cancel{x} = \boxed{1}$

ii. $\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{x^{\frac{1}{2}}-2} \overset{LH}{=} \lim_{x\to 4} \frac{1}{x^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{4^3}} = \boxed{-\frac{1}{8}}$

iii. $\lim_{\sigma\to 0} \frac{\sqrt{x+\sigma}-\sqrt{x}}{\sigma} =$

iv. $\lim_{x\to 0^+} (\mathrm{sen}\,x)^{\tan x}$

$y = \mathrm{sen}\,x^{\tan x}$

$\ln y = \tan x \ln \mathrm{sen}\,x$

$\ln y = \frac{\ln \mathrm{sen}\,x}{\cot x}$

$\ln y \overset{LH}{=} = \frac{\frac{\cos x}{\mathrm{sen}\,x}}{\frac{-\csc^2 x}{1}}$

$\ln y = \frac{\cos x}{-\mathrm{sen}\,x \cdot \csc^2 x}$

$\ln y = \frac{\cos x}{-\cancel{\mathrm{sen}\,x}\cdot \frac{1}{\mathrm{sen}^{\cancel{2}} x}}$

$\ln y = -\frac{\cos x}{\frac{1}{\mathrm{sen}\,x}}$ $\quad \ln y = \frac{\cos x \cdot \mathrm{sen}\,x}{1}$

$\ln y = \lim_{x\to 0^+} \cos x \cdot \mathrm{sen}\,x$

$\ln y = 0$

$y = e^0$ $\quad \boxed{y = 1}$

(4) $y=(x^2+1)^3(x^4+1)^{1/2}$

$y=\sqrt{(x^2+1)^3(x^4+1)}$

$y'=\dfrac{(3(x^2+1)\cdot 2x)(x^4+1)+(x^2+1)^3(4x^3)}{2\sqrt{(x^2+1)^3(x^4+1)}}$ $x\to 1$, $y\to 4$

$y'=7 \to m$ recta tangente

$m_1\cdot m_2=-1 \leftarrow$ Perpendicular

$7\cdot m_2=-1$

$m_2=-\dfrac{1}{7} \leftarrow m$ recta normal

$y-y_0=m(x-x_0)$

$y-4=7(x-1)$

$y-4=7x-7$

$y=7x-7+4$

$\boxed{y=7x-3}$

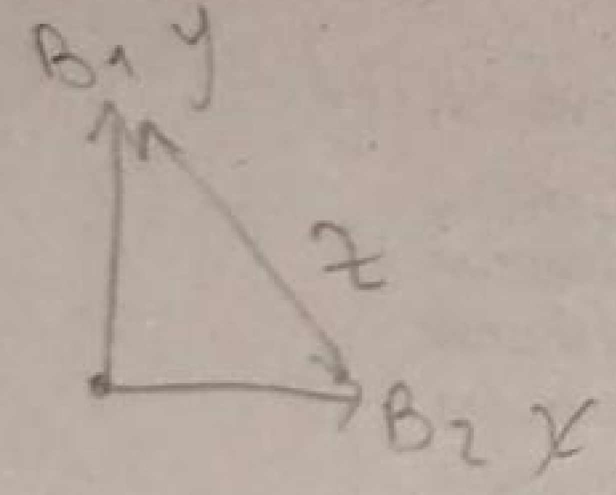
$y-4=-\dfrac{1}{7}(x-1)$

$y-4=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{1}{7}$

$y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{1}{7}+4$

$\boxed{y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{29}{7}}$

(6)



$z^2=x^2+y^2$

$\cancel{2}z\dfrac{dz}{dt}=\cancel{2}x\dfrac{dx}{dt}+\cancel{2}y\dfrac{dy}{dt}$

$v=\dfrac{d}{t}$

$\dfrac{dx}{dt}=30\dfrac{m.n}{h}$

$\dfrac{dz}{dt}=\dfrac{x\dfrac{dx}{dt}+y\dfrac{dy}{dt}}{z}$

$d_{B_1}=y=v_{B_1}\cdot t_{B_1}$

$y=24\cdot 5$

$y=120$ millas nauticas

$\dfrac{dy}{dt}=24\dfrac{\text{millas n}}{h}$

$\dfrac{dz}{dt}=\dfrac{90(30)+120(24)}{150}$

$\boxed{\dfrac{dz}{dt}=37{,}2 \text{ nudos}}$

$d_{B_2}=x=v_{B_2}\cdot t_{B_2}$

$x=30\cdot 3$

$x=90$ millas nauticas

$z=\sqrt{90^2+120^2}$

$z=150$

$x=0$ $\quad$ $x=1$

$$f(x)=\begin{cases} -1, & \text{si } x\leq 0 \\ ax+b, & \text{si } 0< x<1 \\ 1, & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$$

$ax+b=-1$

$a(0)+b=-1$

$\boxed{b=-1} \longrightarrow a+b=1$

$ax+b=1$

$a(1)+b=1$

$a+b=1$

$a-1=1$

$\boxed{a=2}$

3) a. $\frac{d}{d(x)}\left[5f(x)g(x)\right]^3$ $\quad y=[5f(x)g(x)]^3$

$y'=3[5f(x)g(x)]\cdot 5(f'(x)\cdot g(x)+f(x)g'(x))$

$y'=3(5f(2)g(2))\cdot 5(f'(2)\cdot g(2)+f(2)g'(x))$

$y'=3(5\cdot 3\cdot 2)\cdot 5(4\cdot 2+3\cdot 5)$

$y'=90\cdot 5(23)$

$y'=10350$

b $(\sqrt{f(x)+3(g(x)^2)})''$ $\quad y=\sqrt{f(x)+3(g(x)^2)}$

$y'=\frac{f'(x)+6(g(x)\cdot g'(x))}{2\sqrt{f(x)+3(g(x)^2)}}$

$$y''=\frac{(f''(x)+6(g'(x)\cdot g'(x)+g(x)\cdot g''(x))2\sqrt{f(x)+3(g(x)^2)}-\frac{(f'(x)+6(g(x)\cdot g'(x))^2}{\sqrt{f(x)+3(g(x)^2)}}}{(2\sqrt{f(x)+3g(x)^2})^2}$$

$y''=1,7$

c. $\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{f(x)-g(x)}{\sqrt{g(x)}}\right)$ $\quad y=\frac{f(x)-g(x)}{\sqrt{g(x)}}$

$$y'=\frac{(f'(x)-g'(x))\sqrt{g(x)}-\frac{(f(x)-g(x))\cdot g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}}{(\sqrt{g(x)})^2}$$

$y''=$

(1) $y = \dfrac{3x^2-1}{x}$

Cortes

corte x

$y=0$

$0 = 3x^2 - 1$

$x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ y $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

corte y

$x=0$

$y = \dfrac{3(0)^2-1}{0}$

$y = -\dfrac{1}{0}$

$y = -\infty$

Asintota vertical

"cuado denominad

$x=0$

Asintota horizotal

$\dfrac{3x^2-1}{x} \begin{matrix} \to n=2 \\ \to m=1 \end{matrix}$

$n>m$ no hay asintota

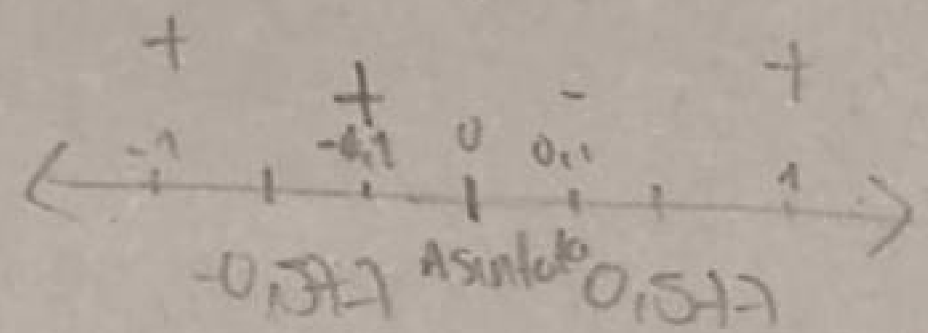
$y' = \dfrac{(6x \cdot x) - (3x^2-1)1}{x^2}$

$y' = \dfrac{6x^2 - 3x^2 + 1}{x^2}$

$y' = \dfrac{3x^2+1}{x^2} = 0$

$x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx -0,577$

$x = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$



$y'' = \dfrac{6x \cdot x^2 - ((3x^2+1) \cdot 2x)}{x^4}$

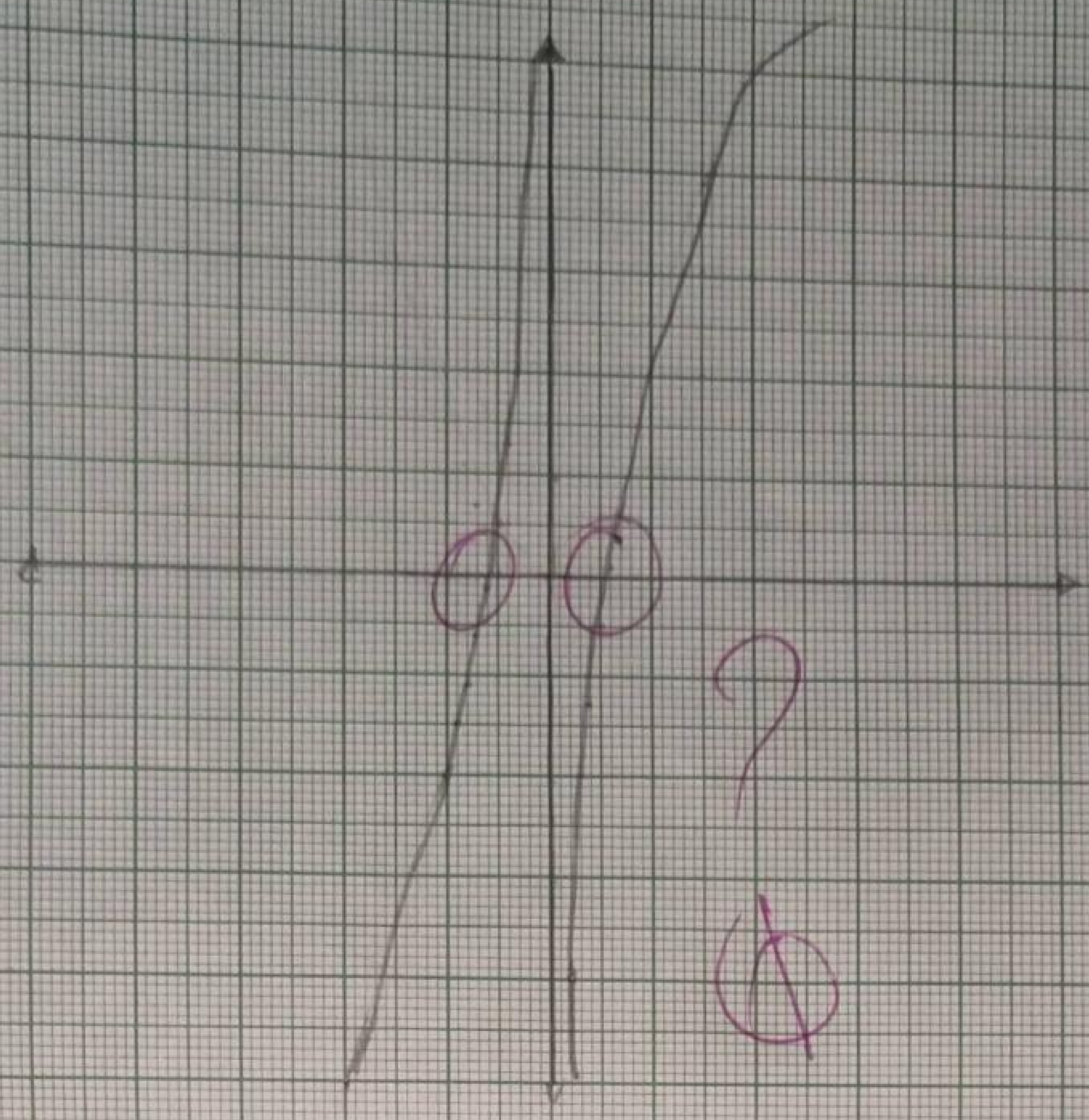
$y'' = \dfrac{6x^3 - 6x^3 - 2x}{x^4}$

$y'' = \dfrac{-2x}{x^4} = 0$

$-2x = 0$

$\boxed{x = 2}$

12



?

Universidad del Valle

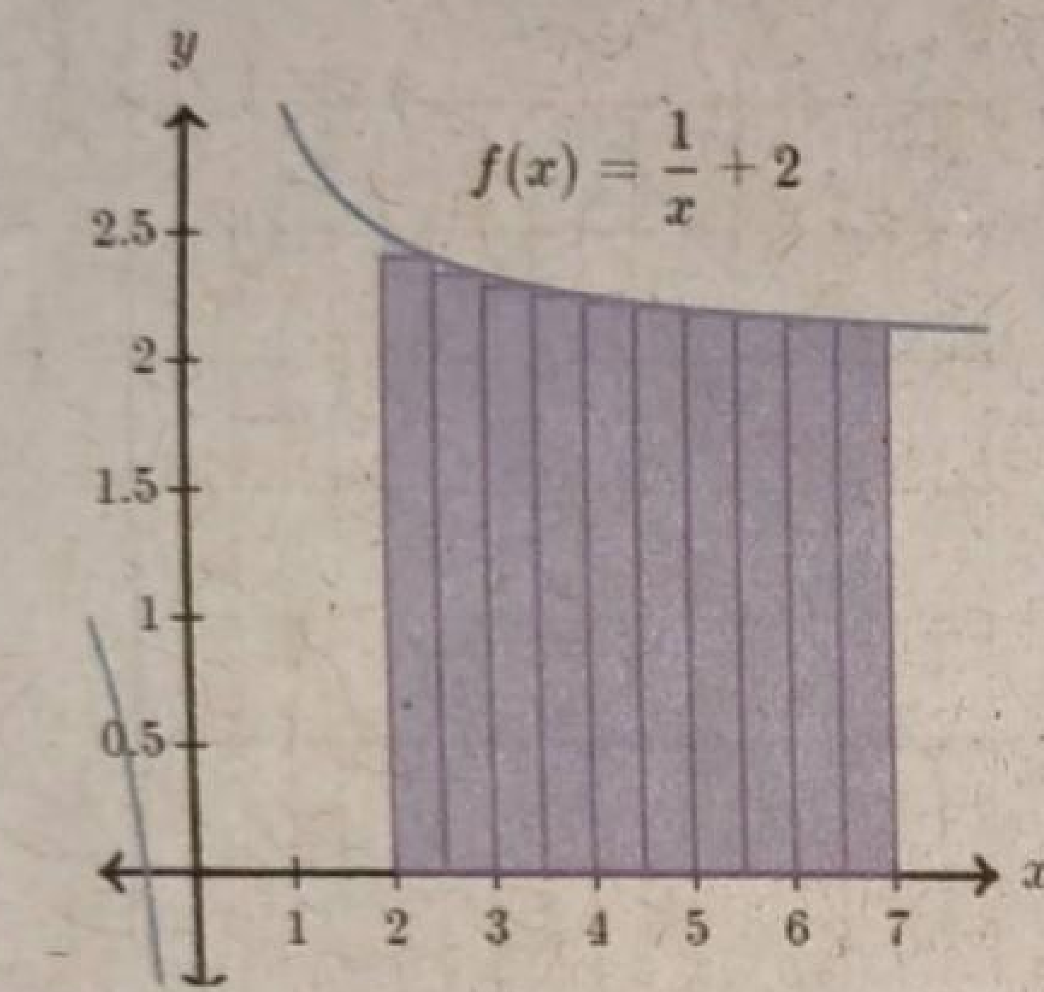
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO MONOVARIABLE
CONTROL #3

C=3,5

NOMBRE [redacted] PLAN 3749

1. La siguiente gráfica muestra una suma de Riemann:

GRAFICA



20

(20 ptos) ¿Cuál de las siguientes expresiones aproxima el área en el intervalo [2,7] por una suma de Riemann derecha con 10 subdivisiones iguales?

$\sum_{i=1}^{n} f(a+i\Delta x)\Delta x$ $\quad \Delta x = \frac{7-2}{10} = \frac{1}{2}$

Ⓐ $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{0.5i+4} + 1$ $\quad \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2+\frac{1i}{2}} + 2\right)\frac{1}{2}$

Ⓑ $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{0.5i+4} + 2$ $\quad \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{2}{4+1i} + 2\right)\frac{1}{2}$

Ⓒ $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i+4} + 2$ $\quad \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4+i} + 1$

Ⓓ $\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i+4} + 1$

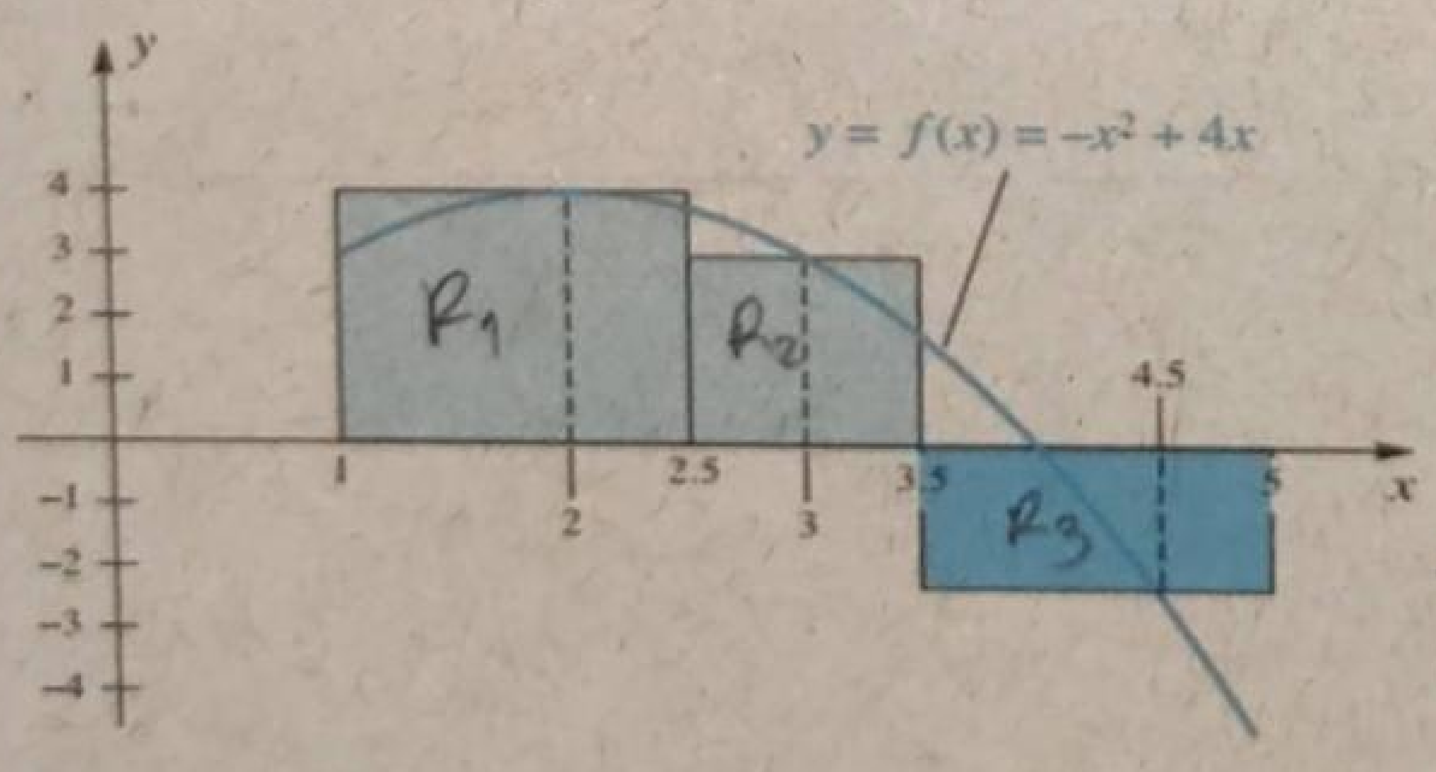
2. (20 ptos) Aproxima el área entre el eje **x y h(x) entre [3, 13]** por medio de una ***suma de Riemann derecha*** con 4 subdivisiones iguales.

20

X	3	4	6	10	13
h(x)	3	6	4	8	12

2.1 Grafique la región
2.2 El **área** es aproximadamente 82 unidades cuadradas

3. (20 ptos) Sea la gráfica de la función



Seleccione la respuesta correcta

a. El valor del área es de $\frac{20}{3}\ u^2$
b. El área de los tres rectángulos es de 15.25 u^2
c. El margen de error entre el área y la integral es mayor al 50%
d. El área de los rectángulos superiores es de 13 u^2

Duración: 60 minutos

4. (40 ptos) A continuación, resuelva las siguientes integrales usando el método de sustitución

a. $\int x^5 \cos(x^6+2)\sqrt{sen(x^6+2)}dx$

- ¿Quién es u? $Sen(x^6+2)$
- ¿Quién es du? $du = \cos(x^6+2)\cdot 6x^5\,dx$
- ¿Cómo queda la integral en términos de u? $\int x^5\cos(x^6+2)\sqrt{u}\cdot\frac{du}{\cos(x^6+2)\cdot 6x^5}$
- Resuelva la integral

$$\int \cancel{x^5}\cancel{\cos(x^6+2)}\sqrt{u}\cdot\frac{du}{\cancel{\cos(x^6+2)}\cdot 6\cancel{x^5}} = \int \sqrt{u}\frac{du}{6} = \frac{1}{6}\int\sqrt{u}\,du =$$

$$\frac{1}{6}\int u^{1/2}du = \frac{1}{6}\cdot\frac{2u^{3/2}}{3} + C = \boxed{\frac{(Sen(x^6+2))^{3/2}}{9} + C}$$

20

b. $\int \frac{1-senx}{x+cosx}dx$

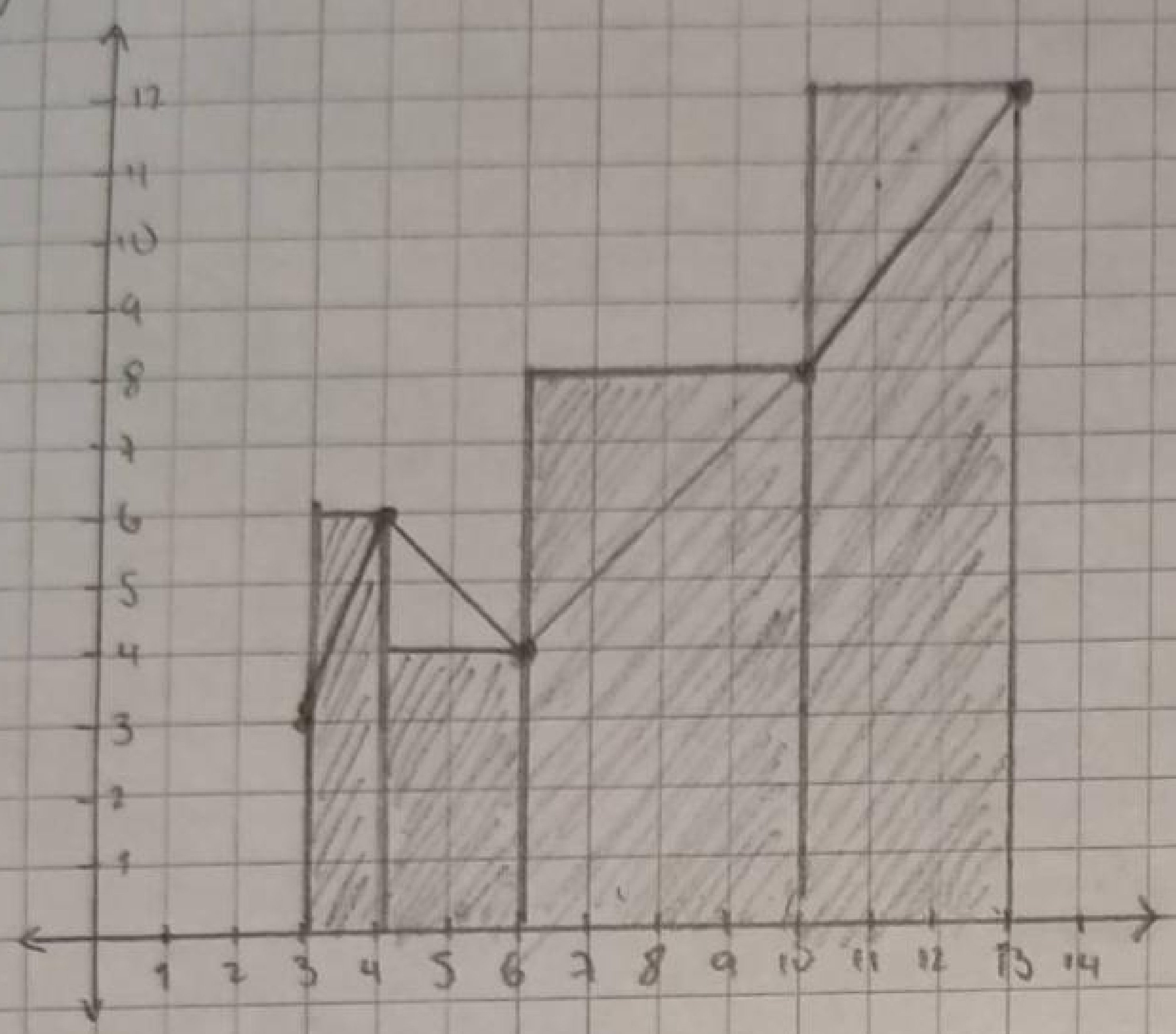
10

- ¿Quién es u? $x + \cos x$
- ¿Quién es du? $du = 1 - \operatorname{sen} x\,dx$
- ¿Cómo queda la integral en términos de u? $\int \frac{1-\operatorname{sen}x}{u}\cdot\frac{du}{1-\operatorname{sen}x}$
- Resuelva la integral

$$\int \frac{\cancel{1-\operatorname{sen}x}}{u}\cdot\frac{du}{\cancel{1-\operatorname{sen}x}} = \int\frac{1}{u}du = \int u^{-1}du = \frac{u^0}{0} + C = \frac{0}{0}+C$$

Φ

(2) 2.1



2.2

$Ah(x) = 3(12) + 4(8) + 2(4) + 1(6)$

$Ah(x) = 82\ u^2$

(3) $Af(x) = 4(1,5) + 3(1) + (-2,25(1,5)) = \frac{45}{8} = 5,625\ u^2$

$\int_1^5 -x^2 + 4x\, dx = \frac{20}{3}\ u^2$

$\varepsilon = \left|\frac{V_{real} - V_{exp}}{V_{real}}\right| = \left|\frac{\frac{20}{3} - \frac{45}{8}}{\frac{20}{3}}\right| = 0,1562 \times 100 = 15,62\%$

$A_{R_1+R_2} = 4(1,5) + 3 = 9u^2$